أوجد الناتج في أبسط صورة:

$\sqrt{18} + \sqrt{50} - \sqrt{72}$

$= \sqrt{3^2 \times 2} + \sqrt{5^2 \times 2} - \sqrt{6^2 \times 2}$

$= 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 6\sqrt{2}$

$= 2\sqrt{2}$

$\sqrt[3]{128} + \sqrt[3]{54} - 2\sqrt[3]{250}$

$= \sqrt[3]{4^3 \times 2} + \sqrt[3]{3^3 \times 2} - 2\sqrt[3]{5^3 \times 2}$

$= 4\sqrt[3]{2} + 3\sqrt[3]{2} - 10\sqrt[3]{2}$

$= -3\sqrt[3]{2}$

أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية:

$2\sqrt{x-3}-3=9$

الفصل

$2\sqrt{x-3}=9+3$

$\frac{2}{2}\sqrt{x-3}=\frac{12}{2}$

$\sqrt{x-3}=6$

شرط الحل

$x-3\geq 0$

$x\geq 3$

$x\in[3,\infty)$

تربيع الطرفين

$(\sqrt{x-3})^2=(6)^2$

$x-3=36$

$x=36+3$

$x=39\in[3,\infty)$

$\{39\}=$ ح.ل

$$\sqrt{x+2} = x$$

الفصل

$$\sqrt{x+2} = x$$

تربيع الطرفين

$$\left(\sqrt{x+2}\right)^2 = (x)^2$$

$$x+2 = x^2$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x-2)(x+1) = 0$$

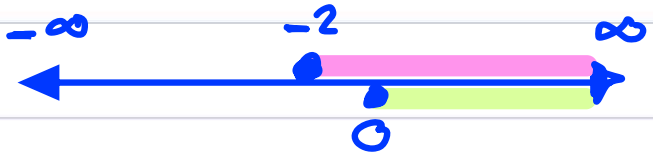
$$x = 2 \in [0, \infty)$$

$$x = -1 \notin [0, \infty)$$

شرط الحل

$x+2 \geq 0$ و $x \geq 0$

$x \geq -2$ $x \geq 0$



$$x \in [0, \infty)$$

$$\{2\} = \text{ح.ص}$$

$$5+\sqrt{x-3}=x$$

الفصل $\sqrt{x-3}=x-5$

تربيع الطرفين

$$\left(\sqrt{x-3}\right)^2=(x-5)^2$$

$$x-3=x^2-10x+25$$

$$x^2-10x+25-x+3=0$$

$$x^2-11x+28=0$$

$$(x-7)(x-4)=0$$

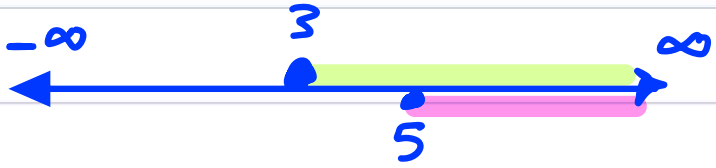
$x=7 \in [5,\infty)$

$x=4 \notin [5,\infty)$

شرط الحل

$x-3\geq 0$ و $x-5\geq 0$

$x\geq 3$ $\quad x\geq 5$



$x\in[5,\infty)$

$$\{7\}=\text{ح.م}$$

$$\sqrt{5x} - \sqrt{2x+9} = 0$$

الفصل $\sqrt{5x} = \sqrt{2x+9}$

تربيع الطرفين

$$(\sqrt{5x})^2 = (\sqrt{2x+9})^2$$

$$5x = 2x + 9$$

$$5x - 2x = 9$$

$$\frac{3}{3}x = \frac{9}{3}$$

$$x = 3 \in [0, \infty)$$

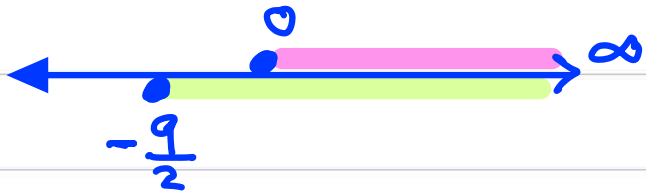
$$\{3\} = \text{ح.ف}$$

شرط الحل

$$\frac{5}{5}x \geq \frac{0}{5} \quad \boxed{\text{و}} \quad 2x + 9 \geq 0$$

$$x \geq 0 \qquad \frac{2}{2}x \geq \frac{-9}{2}$$

$$x \geq -\frac{9}{2}$$



$$x \in [0, \infty)$$

$$2(x-4)^{\frac{2}{5}} - 8 = 0$$

الفصل

$$\frac{2}{2}(x-4)^{\frac{2}{5}} = \frac{8}{2}$$

$$(x-4)^{\frac{2}{5}} = 4$$

⑤ فردي

لا نحتاج شرط مل

لكنه يوضع مطلقة

عند حذف الأس

$$\left((x-4)^{\frac{2}{5}}\right)^{\frac{5}{2}} = (4)^{\frac{5}{2}}$$

$$|x-4| = 32$$

$$x-4 = 32 \qquad x-4 = -32$$

$$x = 32+4 \qquad x = -32+4$$

$$x = 36 \qquad x = -28$$

$$\{36, -28\} = \text{ح.ف}$$

$$\frac{2}{2}(x+3)^{\frac{3}{2}} = \frac{54}{2}$$

الفصل

$$(x+3)^{\frac{3}{2}} = 27$$

(2)

نرفع

عندما شرط حل

نكمل بدون مطلقة

$$\left((x+3)^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{2}{3}} = (27)^{\frac{2}{3}}$$

$$x+3 = 9$$

$$x = 9-3$$

$$x = 6 \in [-3, \infty)$$

$$x+3 \geq 0$$

$$x \geq -3$$

$$x \in [-3, \infty)$$

$$\{6\} = \text{ح.ص}$$

أوجد مجال كل دالة مما يلي:

$f(x) = (x^3 - 4x^2 - 4)(\sqrt{x-9})$

$m(x) = x^3 - 4x^2 - 4$

مجال m = R

(كثيرة حدود)

$h(x) = \sqrt{x-9}$

$x - 9 \geq 0$

$x \geq 9$

مجال h = $[9, \infty)$

مجال f = $R \cap [9, \infty)$

$= [9, \infty)$

$$h(x) = \frac{\sqrt[3]{1+x}}{x^2-1}$$

$m(x) = \sqrt[3]{1+x}$

مجال m = R

(الجذر التكعيبي لكثيرة حدود)

$h(x) = x^2-1$

مجال h = R

(كثيرة حدود)

أصفار المقام

$x^2-1=0$

$(x-1)(x+1)=0$

$x=1$ $\quad$ $x=-1$

مجال h = $R \cap R / \{1,-1\}$

$= R / \{1,-1\}$

$$f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{3+x}}$$

$m(x) = 2x - 1$

مجال m = $\mathbb{R}$

(كثيرة حدود)

$n(x) = \sqrt{3+x}$

$3 + x \geq 0$

$x \geq -3$

مجال n = $[-3, \infty)$

أصفار المقام

$\sqrt{3+x} = 0$

$3 + x = 0$

$x = -3$

مجال f = $\mathbb{R} \cap [-3, \infty) \setminus \{-3\}$

$= [-3, \infty) \setminus \{-3\}$

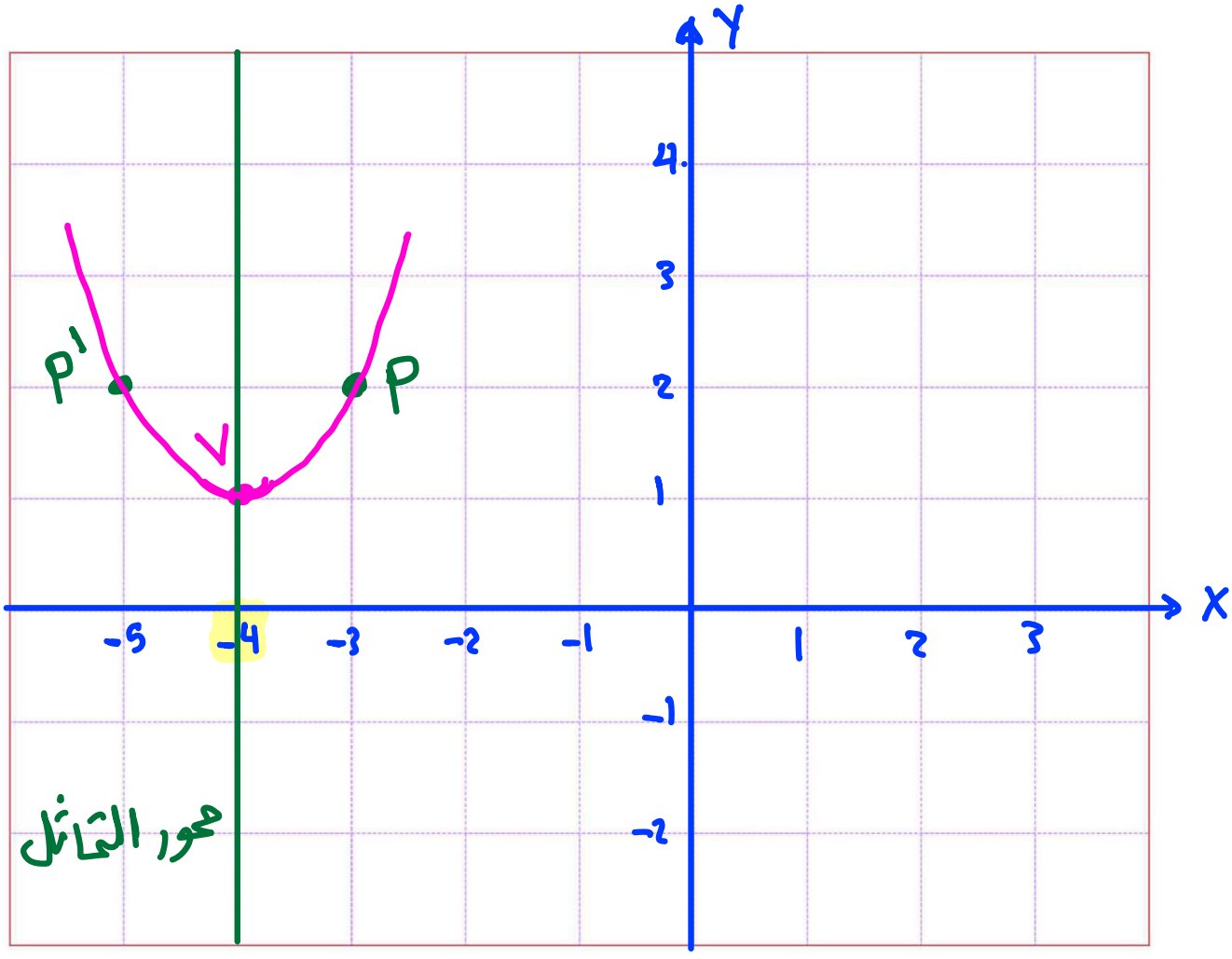
$= (-3, \infty)$

ارسم منحنى كل دالة من الدوال التالية (مستخدماً خواص القطوع المكافئة):

$$y = (x+4)^2 + 1$$

$a = 1$ $\quad h = -4$ $\quad k = 1$

- $a = 1 > 0$ ← الفتحة الى الأعلى
- $V(h,k)$ ← $V(-4, 1)$
- محور التماثل $x = h$ ← $x = -4$
- $P(-3, 2)$ نقطة من القطع
- P' نظيرة P بالنسبة لمحور التماثل



اكتب معادلة القطع المكافئ الذي رأسه $V(-3,4)$ ويمر بالنقطة $P(-1,0)$

h k

x y

$x=-1 \quad y=0 \quad h=-3 \quad k=4$

$$y=a(x-h)^2+k$$

$$0=a(-1+3)^2+4$$

$$0=4a+4$$

$$\frac{-4a}{-4}=\frac{4}{-4}$$

$$\boxed{a=-1}$$

الحل: $y=-1(x+3)^2+4$

ارسم بيان كل كل دالة ثم اذكر المجال والمدى للدالة.

$$y = \sqrt{x-4} + 2$$

$h = 4$ $\quad$ $k = 2$

$y = \sqrt{x}$ دالة الأصل

(0,0)

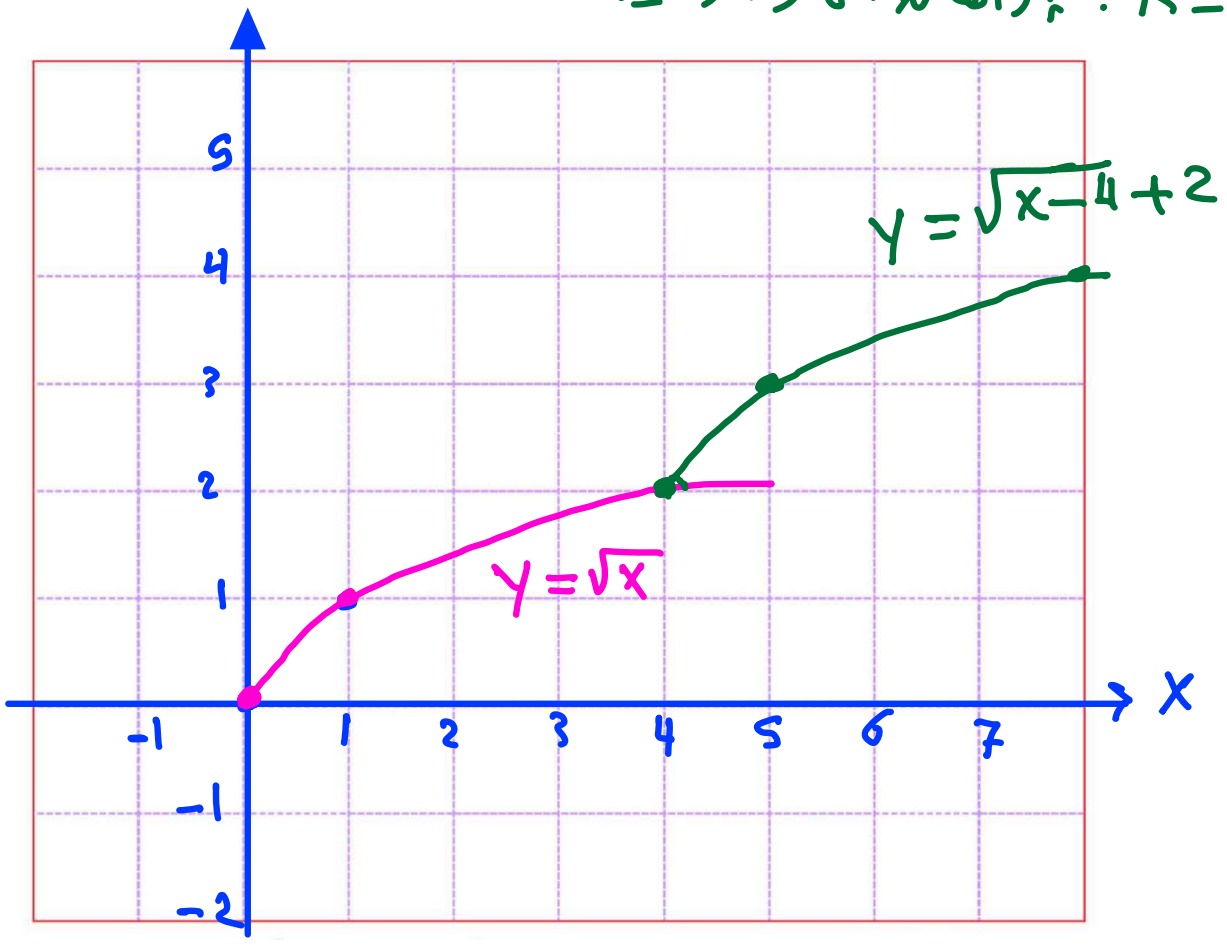
(1,1)

(4,2)

x	0	1	4
y	0	1	2

$h = 4$: إزاحة للجهة اليمنى ④ وحدات

$k = 2$: إزاحة للأعلى وحدتين



المجال $= [h, \infty) = [4, \infty)$

المدى $= [k, \infty) = [2, \infty)$

أوجد مجموعة حل المتباينة: $x^2 - 7x - 3 \leq 5$

$x^2 - 7x - 3 - 5 \leq 0$

$x^2 - 7x - 8 \leq 0$ ← (−) مخالفة

$x^2 - 7x - 8 = 0$

$(x-8)(x+1) = 0$

$x = 8$ ، $x = -1$

$x - 8 > 0 \rightarrow x > 8$

$x - 8 < 0 \rightarrow x < 8$

$x + 1 > 0 \rightarrow x > -1$

$x + 1 < 0 \rightarrow x < -1$

x	$-\infty$		-1		8		∞
$(x-8)$		−		−	0	+	
$(x+1)$		−	0	+		+	
$(x-8)(x+1)$		+	0	−	0	+	

$[-1, 8]$ = مجموعة الحل

أوجد مجال الدالة g حيث: $g(x) = \sqrt{-x^2+4x-3}$.

شرط الحل

$-x^2+4x-3 \geq 0$

$x^2-4x+3 \leq 0$ ← ⊖ مغلقة

$x^2-4x+3=0$

$(x-3)(x-1)=0$

$x=3 \qquad x=1$

$x-3>0 \rightarrow x>3$	$x-1>0 \rightarrow x>1$
$x-3<0 \rightarrow x<3$	$x-1<0 \rightarrow x<1$

x	$-\infty$	1	3	∞
$(x-3)$	−	−	0	+
$(x-1)$	−	0	+	+
$(x-3)(x-1)$	+	0	−	0 +

مجال g = $[1,3]$

أوجد مجموعة حل المتباينة: $\frac{2x+6}{x+2} \geq 0$

$\oplus$ مغلقة

أصفار البسط

$2x+6=0$

$\frac{2}{2}x = -\frac{6}{2}$

$x=-3$

أصفار المقام

$x+2=0$

$x=-2$

غير معرف

$2x+6>0 \rightarrow x>-3$

$2x+6<0 \rightarrow x<-3$

$x+2>0 \rightarrow x>-2$

$x+2<0 \rightarrow x<-2$

x	$-\infty$		-3		-2		∞
$2x+6$		$-$	0	$+$		$+$	
$x+2$		$-$		$-$	0	$+$	
$\frac{2x+6}{x+2}$		$+$	0	$-$	غير معرف	$+$	

$(-\infty, -3] \cup (-2, \infty) = ح.م$

باستخدام نظرية الباقي أوجد باقي قسمة $f(x) = x^4 - 5x^2 + 4x + 12$ على $(x + 4)$.

ثم تحقق من الإجابة باستخدام القسمة التركيبية

-4

$$f(x) = x^4 - 5x^2 + 4x + 12$$

$$f(-4) = (-4)^4 - 5(-4)^2 + 4(-4) + 12$$

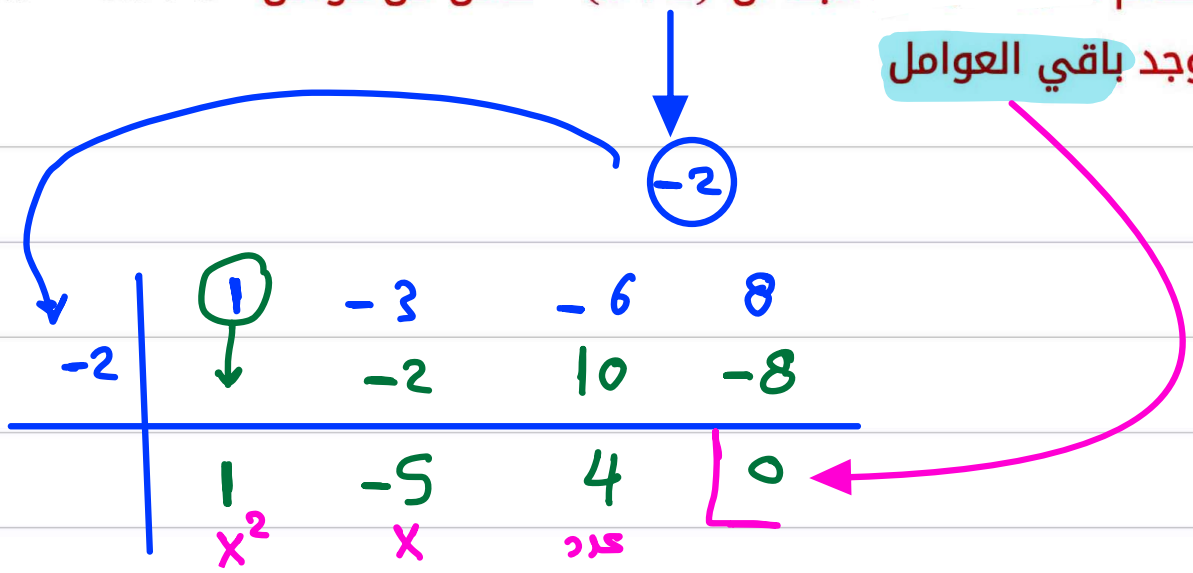
$$= 172$$ ← باقي القسمة

	1	0	−5	4	12
−4		−4	16	−44	160
	1	−4	11	−40	172

باقي القسمة $= 172$

باستخدام القسمة التركيبية أثبت أن $(x+2)$ عامل من عوامل x^3-3x^2-6x+8

ثم أوجد باقي العوامل



باقي القسمة = 0

ناتج القسمة $= x^2-5x+4$

$= (x-4)(x-1)$

باقي العوامل $(x-1)$ ، $(x-4)$

أوجد مجموعة حل المعادلة التالية باستخدام الأصفار النسبية الممكنة.

$$x^3 + x^2 - 4x - 4 = 0$$

عوامل الحد الثابت : $\pm 1 , \pm 2 , \pm 4$

عوامل المعامل الرئيسي : ± 1

الأصفار النسبية الممكنة : $\pm 1, \pm 2 , \pm 4$

$$p(x) = x^3 + x^2 - 4x - 4$$

$$p(-1) = (-1)^3 + (-1)^2 - 4(-1) - 4 = 0$$

-1 : صفر من أصفار الحدودية

$(x+1)$: عامل من عوامل الحدودية

	1	1	-4	-4
-1	↓	-1	0	4
	1	0	-4	0
	x^2	x	عدد	

0 = باقي القسمة

ناتج القسمة = $x^2 - 4$

$$x^2 - 4 = 0$$

$$(x-2)(x+2) = 0$$

$x = 2$ $\quad$ $x = -2$

مج = $\{-1, 2, -2\}$

مستخدماً دالة المرجع مثل بيانياً: $y = (2)^{x-1} + 2$

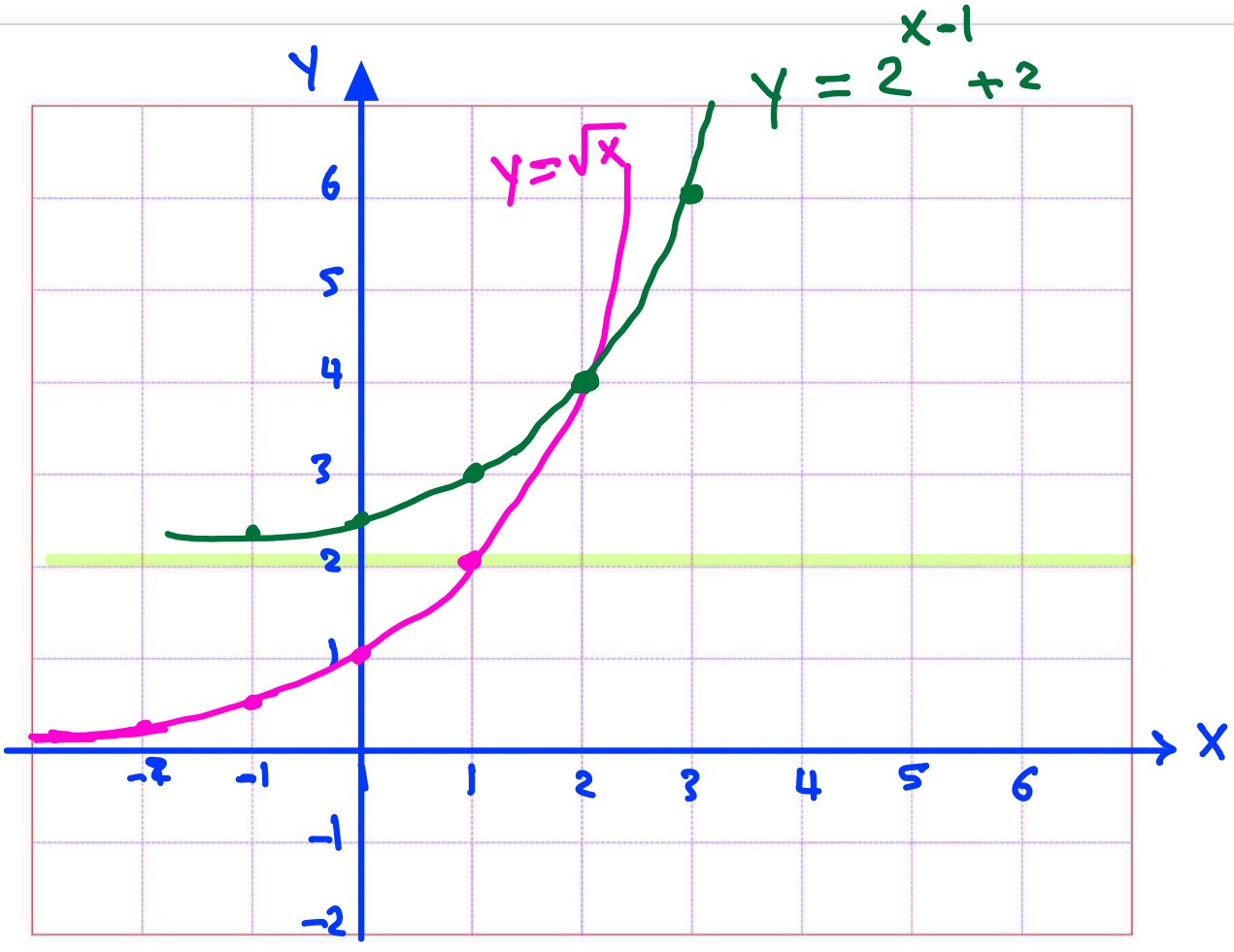
$h = 1$ $\quad$ $k = 2$

x	-2	-1	0	1	2
y	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4

$y = 2^x$ دالة المرجع

$h: 1$ إزاحة لليمين وحدة

$k: 2$ إزاحة للأعلى وحدتين



مستخدماً دالة المرجع مثل بيانياً الدالة: $y = log_6 (x + 2) - 3$

$h = -2$

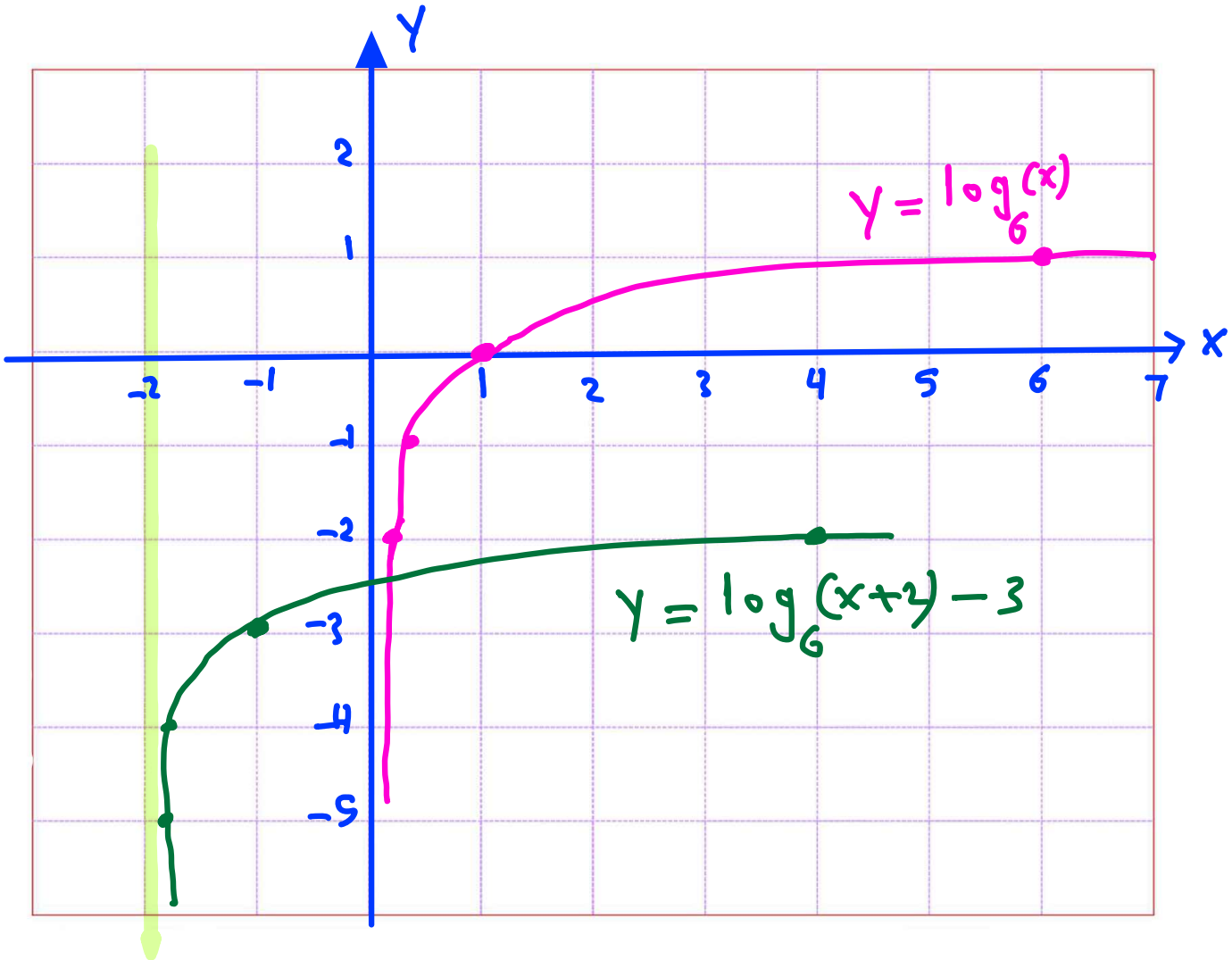
$k = -3$

x	6	1	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{36}$
y	1	0	-1	-2

دالة المرجع $y = \log_6(x)$

إزاحة لليسار وحدتين : $h = -2$

إزاحة للأسفل 3 وحدات : $k = -3$



أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية:

$$3^{(x^2+5x)} = \frac{1}{81}$$

$$\log 3^{(x^2+5x)} = \log \frac{1}{81}$$

$$(x^2+5x)\frac{\log 3}{\log 3} = \frac{\log \frac{1}{81}}{\log 3}$$

$$x^2+5x = -4$$

$$x^2+5x+4=0$$

$$(x+1)(x+4)=0$$

$$x=-1 \qquad x=-4$$

$$\{-1,-4\}$$ ٤.٣

$$2e^{(3x-2)} + 4 = 16$$

$$2e^{(3x-2)} = 16 - 4$$

$$\frac{2}{2}e^{(3x-2)} = \frac{12}{2}$$

$$e^{(3x-2)} = 6$$

$$\ln e^{(3x-2)} = \ln 6$$

$$(3x-2)\ln e = \ln 6$$

$$3x - 2 = \ln 6$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{\ln 6 + 2}{3}$$

$$x = 1.26$$

$$\{1.26\}$$

$$\log_2(3x-5)=1$$

$$3x-5=2^1$$

$$3x-5=2$$

$$3x=2+5$$

$$\frac{3}{3}x=\frac{7}{3}$$

$$x=\frac{7}{3}\in\left(\frac{5}{3},\infty\right)$$

$$\left\{\frac{7}{3}\right\}=2.1^{\circ}$$

شرط الحل

$$3x-5>0$$

$$\frac{3}{3}x>\frac{5}{3}$$

$$x>\frac{5}{3}$$

$$x\in\left(\frac{5}{3},\infty\right)$$

أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية:

$$\log x^2 - \log\left(x^2 - x\right) = 1 \; ; x \in (1, \infty)$$

شرط الحل

معطى

$x \in (1, \infty)$

$$\log \frac{x^2}{(x^2-x)} = 1$$

$$\frac{x^2}{(x^2-x)} = 10^1$$

$$\frac{x^2}{(x^2-x)} = \frac{10}{1}$$

$$10\,(x^2-x) = x^2$$

$$10x^2 - 10x = x^2$$

$$10x^2 - 10x - x^2 = 0$$

$$9x^2 - 10x = 0$$

$$(9x - 10)(x) = 0$$

$$x = \frac{10}{9} \in (1, \infty)$$

$$x = 0 \notin (1, \infty)$$

$$\left\{\frac{10}{9}\right\} = \text{ح.م}$$

$$log_2(x-1) - log_2(x+3) = log_2\left(\frac{1}{x}\right) ; x \in (1,\infty)$$

شرط الحل

$x \in (1,\infty)$

$$\log_2 \frac{(x-1)}{(x+3)} = \log_2 \frac{1}{x}$$

$$\frac{(x-1)}{(x+3)} = \frac{1}{x}$$

$$x(x-1) = x+3$$

$$x^2 - 1x = x + 3$$

$$x^2 - x - x - 3 = 0$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x-3)(x+1) = 0$$

$x = 3 \in (1,\infty)$

$x = -1 \notin (1,\infty)$

$$\{3\} = L.S$$

$$\log(2x) + \log(x-3) = log8\,;x \in (3,\infty)$$

شرط الحل

$x \in (3,\infty)$

$$\log(2x)(x-3) = \log 8$$

$$(2x)(x-3) = 8$$

$$2x^2 - 6x = 8$$

$$2x^2 - 6x - 8 = 0$$

$$(x-4)(x+1) = 0$$

$$x = 4 \in (3,\infty)$$

$$x = -1 \notin (3,\infty)$$

$$\{4\} = 2.S$$

$$1n(4x-1)=3$$

$$\log_e(4x-1)=3$$

$$4x-1=e^3$$

$$\frac{4}{4}x=\frac{e^3+1}{4}$$

شرط الحل

$4x-1>0$

$\frac{4}{4}x>\frac{1}{4}$

$x>\frac{1}{4}$

$x\in(\frac{1}{4},\infty)$

$x=5.27\in(\frac{1}{4},\infty)$

$\{5.27\}$

إذا كان $\vec{A} = \langle 2,3 \rangle$, $\vec{B} = \langle -1,2 \rangle$ فأوجد:

1) $2\vec{A} + 3\vec{B}$ 2) $\vec{A}.\vec{B}$ 3) $\|\vec{A}\|$

① $2\vec{A} + 3\vec{B} = 2\langle 2,3 \rangle + 3\langle -1,2 \rangle$

$= \langle 4,6 \rangle + \langle -3,6 \rangle$

$= \langle 1,12 \rangle$

② $\vec{A} \cdot \vec{B} = x_A \cdot x_B + y_A \cdot y_B$

$= (2)(-1) + (3)(2)$

$= 4$

③ $\|\vec{A}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$

$= \sqrt{(2)^2 + (3)^2} = \sqrt{13}$

إذا كانت النقاط $A(6,-1)$, $B(3,2)$, $C(2,1)$ هي رؤوس المثلث ABC

1. اكتب كلاً من المتجهين $\langle \overrightarrow{BC} \rangle$, $\langle \overrightarrow{BA} \rangle$ بدلالة متجهي الوحدة $\vec{i}, \vec{j}$
2. أوجد قيمة $\langle \overrightarrow{BC} \rangle \cdot \langle \overrightarrow{BA} \rangle$
3. أثبت أن المثلث ABC قائم الزاوية في $\hat{B}$

(1)

$$\langle \overrightarrow{BA} \rangle = \langle 6-3, -1-2 \rangle = \langle 3, -3 \rangle = 3\vec{i} - 3\vec{j}$$

$$\langle \overrightarrow{BC} \rangle = \langle 2-3, 1-2 \rangle = \langle -1, -1 \rangle = -1\vec{i} - 1\vec{j}$$

(2)

$$\langle \overrightarrow{BA} \rangle \cdot \langle \overrightarrow{BC} \rangle = (3)(-1) + (-3)(-1) = 0$$

(3)

$\because \langle \overrightarrow{BA} \rangle \cdot \langle \overrightarrow{BC} \rangle = 0$

$\therefore \langle \overrightarrow{BA} \rangle \perp \langle \overrightarrow{BC} \rangle$

$\therefore$ المثلث ABC قائم الزاوية في $\hat{B}$

إذا كان $\vec{A} = \langle -3,4 \rangle$, $\vec{B} = \langle 0,3 \rangle$ فأوجد:

1. $\overrightarrow{2A} - \vec{B}$
2. قياس الزاوية المحددة بالمتجهين $(\vec{A}, \vec{B})$

① $2\vec{A} - \vec{B} = 2\langle -3,4 \rangle - \langle 0,3 \rangle$

$= \langle -6,8 \rangle - \langle 0,3 \rangle$

$= \langle -6,5 \rangle$

② $\vec{A} \cdot \vec{B} = (-3)(0) + (3)(4) = 12$

$\| \vec{A} \| = \sqrt{(-3)^2 + (4)^2} = 5$

$\| \vec{B} \| = \sqrt{(0)^2 + (3)^2} = 3$

$\cos(\vec{A}, \vec{B}) = \dfrac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{\| \vec{A} \| \cdot \| \vec{B} \|} = \dfrac{12}{5 \times 3} = \dfrac{4}{5}$

shift cos

$m(\vec{A}, \vec{B}) = 36.8^\circ$

اذا كان $\vec{t} = \langle -3, -4 \rangle$

① أوجد طول المتجه

② أوجد قياس الزاوية بين المتجه والاتجاه الموجب لمحور السينات

الحل

① $\|\vec{t}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$

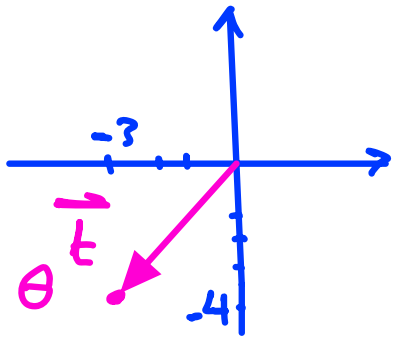
$= \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2} = 5$

---

② نفرض α زاوية الاسناد

$\alpha = \tan^{-1}\left|\frac{y}{x}\right| = \tan^{-1}\left|\frac{-4}{-3}\right| = 53.1^\circ$

θ تقع في الربع الثالث



$\theta = 180 + \alpha$

$= 180 + 53.1$

$= 233.1^\circ$

$\theta = 180 - \alpha$	$\theta = \alpha$
$\theta = 180 + \alpha$	$\theta = 360 - \alpha$

لدراسة الأداء الوظيفي والكفاءة لدى الموظفين في أحد المؤسسات تم سحب عينة عشوائية طبقية مكونة من 80 فرداً من 1600 موظفاً موزعين كما يبين الجدول التالي:

المجموعة	عمال ومستخدمون	تقنيون وفنييون	إداريون
1600	1200	300	100

ما حجم كل عينة عشوائية بسيطة من كل طبقة؟

$$\text{كسر المعاينة} = \frac{\text{حجم العينة}}{\text{حجم المجتمع}} = \frac{80}{1600} = \frac{1}{20}$$

$$\text{حجم عينة إداريون} = 100 \times \frac{1}{20} = 5$$

$$\text{حجم عينة تقنيون وفنيون} = 300 \times \frac{1}{20} = 15$$

$$\text{حجم عينة عمال ومستخدمون} = 1200 \times \frac{1}{20} = 60$$

إذا كان المتوسط الحسابي لأرباح إحدى المؤسسات الصناعية 1250 ديناراً والانحراف المعياري 225 والمنحنى التكراري لهذه الأرباح هو على شكل الجرس (توزيع طبيعي).

1. طبق القاعدة التجريبية.
2. هل وصلت أرباح الشركة إلى 2000 ديناراً؟ فسر ذلك.

$\bar{x} = 1250 \quad , \quad \sigma = 225$

حوالي 68% من الارباح تقع في الفترة

$$[\bar{x} - \sigma \ , \ \bar{x} + \sigma] = [\ 1250 - 225 \ , \ 1250 + 225\ ] = [\ 1025 \ , 1475\ ]$$

حوالي 95% من الارباح تقع في الفترة

$$[\bar{x} - 2\sigma \ , \ \bar{x} + 2\sigma] = [\ 1250 - 2 \times 225 \ , \ 1250 + 2 \times 225\ ] = [\ 800 \ , 1700\ ]$$

حوالي 99.7% من الارباح تقع في الفترة

$$[\bar{x} - 3\sigma \ , \ \bar{x} + 3\sigma] = [\ 1250 - 3 \times 225 \ , \ 1250 + 3 \times 225\ ] = [\ 575 \ , 1925\ ]$$

لا لما تصل .لأن 2000 تقع خارج الفترة الأخيرة [575 , 1925]

في أحد الاختبارات نال أحد الطلاب درجة 15 في مادة الرياضيات حيث المتوسط الحسابي 13 و الانحراف المعياري 2.5 ونال أيضاً 13 في مادة الكيمياء حيث المتوسط الحسابي 11.5 و الانحراف المعياري 2.4.

في أي المادتين كان الطالب أفضل؟

	الرياضيات	الكيمياء
x	15	13
$\bar{x}$	13	11.5
σ	2.5	2.4

$$Z_1 = \frac{x - \bar{x}}{\sigma} = \frac{15-13}{2.5} = 0.8$$

$$Z_2 = \frac{13 - 11.5}{2.4} = 0.625$$

$\because Z_1 > Z_2$

$\therefore$ درجة الطالب في الرياضيات أفضل

يسهل

يبلغ عدد طلبة الصف الحادي عشر علمي في إحدى المدارس 140 طالبًا مرقمين من 1 إلى 140. المطلوب سحب عيّنة عشوائية منتظمة حجمها 7 لزيارة إحدى دور المسنين وتقديم الهدايا لهم بمناسبة حلول عيد الفطر السعيد باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف السادس والعمود التاسع.

طول الفترة = حجم المجتمع / حجم العينة = 140 / 7 = 20

20 الى 1 الترقيم

20 الاضافة

+20 +20 +20 +20 +20 +20

15 , 35 , 55 , 75 , 95 , 115 , 135

فقط هذا الرقم من الجدول